

Barycentre

Énoncé

On considère A , B et C trois points du plan et k un réel de l'intervalle $[-1; 1]$.

On note G_k le barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A, k^2 + 1); (B, k); (C, -k)\}$$

Le but de cet exercice est de déterminer le lieu des points G_k lorsque k décrit l'intervalle $[-1, 1]$.

1. Visualisation à l'aide d'un logiciel de géométrie :

- (a) Construire les points A, B, C , G_1 et G_{-1} .
- (b) Construire le point G_k puis visualiser l'ensemble des points G_k lorsque k décrit $[-1, 1]$.
- (c) Quelle est la nature de l'ensemble précédent ?

Appeler l'examineur pour vérification.

2. Justification mathématique :

- (a) Justifier, pour tout réel k de $[-1; 1]$ l'existence du point G_k .
- (b) Démontrer que pour tout réel de l'intervalle $[-1; 1]$, on a :

$$\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2 + 1} \overrightarrow{BC}$$

- (c) Démontrer la conjecture faite avec le logiciel.

On pourra utiliser les variations de la fonction f définie sur $[-1; 1]$ par

$$f(x) = \frac{-x}{x^2 + 1}$$

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(c) et 2. (a) et (b)
- Obtention à l'écran de la figure demandée à la question 1.