

Expression du terme de rang n d'une suite récurrente

Énoncé

On considère la suite récurrente (u_n) de premier terme $u_0 = 0$ et telle que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + 2n - 11$.

1. En utilisant un tableur ou une calculatrice calculer et représenter graphiquement les 20 premiers termes de cette suite. Le nuage de points obtenus a-t-il une particularité ? Si oui laquelle ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la particularité trouvée.

2. n étant donné, on peut calculer la valeur de u_n si on connaît la valeur de u_{n-1} . On voudrait à présent pouvoir calculer, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel non nul n , la valeur de u_n sans pour autant connaître la valeur de u_{n-1} . Pour cela il faudrait disposer d'une formule donnant u_n en fonction de n .

- (a) À l'aide des observations faites dans la première question, conjecturer une formule donnant, pour n'importe quelle valeur de l'entier naturel n , u_n en fonction de n .

Appeler l'examineur pour une vérification de la formule trouvée.

- (b) Démontrer cette formule.

Production demandée

- Le nuage de points attendu dans la question 1 et la particularité trouvée à ce nuage.
 - La stratégie de démonstration retenue à la question 2 ainsi que les étapes de cette démonstration.
-