

## Étude d'une figure du plan

### Énoncé

Soit un triangle équilatéral direct  $ABC$  et soit  $D$  un point du segment  $[BC]$ . La parallèle à la droite  $(AC)$  menée par  $D$  coupe la droite  $(AB)$  en  $E$  et la parallèle à la droite  $(AB)$  menée par  $D$  coupe la droite  $(AC)$  en  $F$ . Soit le point  $G$ , centre de gravité du triangle  $ABC$  et les points  $H$  et  $A'$ , symétriques de  $G$  et  $A$  par rapport à la droite  $(BC)$ . On définit les points  $I$  et  $J$  centres de gravité respectifs des triangles  $BDE$  et  $CDF$ .

On se propose d'étudier la nature du triangle  $HIJ$  quand  $D$  décrit le segment  $[BC]$ .

1. (a) Représenter la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure réalisée.

- (b) Quelle semble être la nature du triangle  $HIJ$  ?

- (c) Visualiser les lieux des points  $I$  et  $J$  lorsque le point  $D$  décrit le segment  $[BC]$ .

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure réalisée.  
Lui proposer les conjectures émises concernant le triangle  $HIJ$  et les lieux des points  $I$  et  $J$ .

2. On définit les similitudes directes  $S_1$ , de centre  $C$ , de rapport  $\sqrt{3}$ , d'angle  $\frac{\pi}{6}$  et  $S_2$ , de centre  $B$ , de rapport  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , d'angle  $\frac{\pi}{6}$  et leur composée  $f = S_2 \circ S_1$ .

- (a) Déterminer les images de  $J$  et  $H$  par  $f$ .

- (b) Déterminer la nature et des éléments caractéristiques de  $f$ .

- (c) En déduire la nature du triangle  $HIJ$ .

### Production demandée

- Réalisation de la figure.
- Réponse argumentée à la question 2.