

Étude de la courbe représentative d'une fonction

Énoncé

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par $f(x) = (1 - \sqrt{x})^2$.
Soit \mathcal{C} la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
On se propose d'établir une propriété de la courbe \mathcal{C} .

1. (a) Représenter la courbe \mathcal{C} à l'aide d'un outil de géométrie dynamique.
- (b) Tracer la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0; 1]$ par $g = f \circ f$ puis conjecturer une expression simple de $g(x)$, pour tout x appartenant à $[0; 1]$.

Appeler l'examineur pour une vérification des constructions et de la conjecture émise.

2. (a) Placer un point M sur la courbe \mathcal{C} , puis construire le point M' symétrique de M par rapport à la droite D d'équation $y = x$.
- (b) Quel semble être le lieu du point M' lorsque M décrit la courbe \mathcal{C} ?
- (c) Quelle propriété de la courbe \mathcal{C} peut-on alors conjecturer ?

Appeler l'examineur pour une vérification des constructions et des observations faites.

3. (a) Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; 1]$, exprimer $f \circ f(x)$ en fonction de x .
- (b) En déduire la propriété de la courbe \mathcal{C} observée à la question 2.(c).

Production demandée

- Réalisation du graphique et construction pour observation du lieu du point M' .
- Démarche de démonstration pour les questions 3.(a) et 3.(b).