

## Équation avec un paramètre

### Énoncé

Dans cet exercice, on s'intéresse aux solutions positives de l'équation (E) :  $\frac{x}{(2 \ln x + 1)^2} = mx$ , où  $m$  est un paramètre réel.

#### Partie A

1. (a) En utilisant un logiciel adapté, tracer la courbe (C) représentative de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x}{(2 \ln x + 1)^2}$  et la droite (d) d'équation  $y = mx$ .  
Conjecturer alors le nombre de solutions de l'équation (E).

Appeler l'examineur pour lui montrer le graphique et répondre à la question posée.

- (b) Dans cette question,  $m$  est un entier naturel non nul. On note  $a_m$  la plus petite des solutions de l'équation (E) et  $b_m$ , la plus grande. On s'intéresse aux suites  $(a_m)$  et  $(b_m)$ .  
Conjecturer, à l'aide du logiciel, les variations et la convergence de ces deux suites.  
Que peut-on dire de ces deux suites ?

Appeler l'examineur pour lui exposer les conjectures faites et la démarche envisagée pour les questions à venir.

#### Partie B

2. (a) Calculer les expressions de  $a_m$  et  $b_m$ , en fonction de  $m$ .  
(b) Justifier le sens de variation de la suite  $(b_m)$ .  
(c) Calculer la limite de cette suite.
- 

### Production demandée

- Visualisation à l'écran des représentations graphiques.
  - Conjectures demandées.
  - Réponse écrite et orale à la question 2.
-