

Optimisation en géométrie plane

Énoncé

Dans un repère orthonormal du plan, on considère la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction $x \mapsto e^x$ et la droite D d'équation $y = 2x - 3$.

On se propose de déterminer, s'il existe, un point M de \mathcal{C} tel que la distance de M à la droite D soit minimale.

Partie A

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour construire la droite D et la courbe \mathcal{C} .
2. Placer un point mobile M sur \mathcal{C} et construire le point N image de M par la projection orthogonale sur D .
3. Conjecturer, au moyen du logiciel, l'abscisse du point M_0 de \mathcal{C} dont la distance à D est minimale.
Proposer une valeur approchée de cette distance minimale.
Conjecturer une propriété de la tangente en M_0 à \mathcal{C} .

Appeler l'examineur pour lui présenter les constructions, la valeur approchée et les conjectures.

Partie B

4. Élaborer une méthode permettant de démontrer ces conjectures.

Appeler l'examineur pour lui présenter la méthode.

5. Calculer les coordonnées de M_0 et sa distance à D .
-

Production demandée

- Construction de \mathcal{C} , D , M et N au moyen du logiciel de géométrie.
 - Conjectures relatives à l'abscisse de M_0 et à la tangente en M_0 à \mathcal{C} .
 - Proposition d'une valeur approchée de la distance de M_0 à D .
 - Calcul des coordonnées de M_0 et de sa distance à D .
-