

Recherche d'un point fixe

Énoncé

Dans le plan complexe orienté, on considère un triangle $OO'A$ de sens direct, rectangle en O . On considère M un point du cercle \mathcal{C} de centre O et passant par A . On désigne par S la similitude directe de centre A qui transforme O en O' et on désigne par M' le point image de M par la similitude S . On cherche à prouver que la droite (MM') passe par un point fixe.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie plane, construire la figure associée à la situation décrite ci-dessus.
2. Construire l'image \mathcal{C}' du cercle \mathcal{C} par la similitude S . Caractériser cet ensemble \mathcal{C}' .
3. Quelle conjecture peut-on émettre pour la droite (MM') lorsque M décrit le cercle \mathcal{C} ?

Appeler l'examineur pour une vérification de la construction faite.

On appelle A et B les points d'intersection de \mathcal{C} et \mathcal{C}' .

4. On pose $S(B) = B'$. Quelle propriété relative est vérifiée par les triangles ABB' et AOO' ? Justifier.
5. Positionner le point M afin que le point B soit entre les points M et M' .
6. Donner des arguments mathématiques permettant de prouver que les points M, B et M' sont alignés.

Appeler l'examineur pour vérification.

Production demandée

- La figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.
- La caractérisation de l'ensemble \mathcal{C}' .
- La justification de la propriété de la question 4.
- La justification de la conjecture de la question 3. seulement dans le cas où le point B est entre les points M et M' .