

Étude d'une courbe de Bézier

Énoncé

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A de coordonnées $(0; 6)$, B de coordonnées $(2; 0)$ et C de coordonnées $(4; 6)$.

Soit t un réel de l'intervalle $[0; 1]$. On définit les points :

- G barycentre du système de points pondérés $\{(A; 1 - t), (B; t)\}$;
- H barycentre du système de points pondérés $\{(B; 1 - t), (C; t)\}$;
- M barycentre du système de points pondérés $\{(G; 1 - t), (H; t)\}$.

Le but de l'exercice est d'étudier le lieu des points M quand t décrit l'intervalle $[0; 1]$, et la position de cet ensemble par rapport aux droites (AB) et (BC).

Partie A

1. Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

Tracer les droites (AB) et (BC), puis faire apparaître le lieu décrit par le point M lorsque t varie.

Appeler l'examineur pour lui montrer le lieu du point M.

2. Quelle semble être la position des droites (AB) et (BC) par rapport au lieu obtenu ?

3. Sur quelle courbe semble se déplacer le point M ?

Appeler l'examineur pour annoncer les conjectures et décrire la démarche.

Partie B

4. Déterminer en fonction de t les coordonnées des points G, H et M.

5. Valider ou invalider la conjecture émise à la question 3.

Donner l'expression analytique du lieu du point M.

Production demandée

- Visualisation du lieu du point M.
- Énoncé des conjectures : courbe décrite par le point M et position des droites (AB) et (BC) par rapport à cette courbe.
- Réponses pour les questions 4. et 5.