

Étude de lieux géométriques

Énoncé

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A(1; 0)$ et $B(0; 1)$. À tout point M du segment $[AB]$, on associe les points P et Q , projetés orthogonaux respectifs de M sur les droites (OA) et (OB) , et les points R et S , sommets du carré $PRQS$ de diagonale $[PQ]$ tels que $(\vec{PR}, \vec{PS}) = \frac{\pi}{2}$. On note aussi I le milieu du segment $[PQ]$.

Le but de l'exercice est d'étudier les lieux des points R et S lorsque M décrit le segment $[AB]$.

1. (a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure.

- (b) Visualiser les lieux des points R et S quand M décrit le segment $[AB]$, puis émettre une conjecture sur la nature de ces lieux.

Appeler l'examineur pour vérification de la conjecture.

- (c) Déterminer de manière expérimentale une équation du lieu du point S .

Appeler l'examineur pour vérifier la réponse et expliquer les manipulations effectuées.

2. Dans cette question, on se propose d'étudier ces conjectures en se plaçant dans le plan complexe. On appelle x l'abscisse du point M , avec $x \in [0; 1]$.

- (a) Montrer que l'affixe de M est : $x + i(1 - x)$.
- (b) Déterminer l'affixe de R ou celle de S . Justifier l'une des conjectures émises à la question 1.

Production demandée

- Visualisation à l'écran de la figure ;
- Démarches et réponses argumentées pour les questions 2.(a) et 2.(b).