

## Tétraèdre trirectangle

### Énoncé

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé d'origine  $O$ , on construit le tétraèdre  $OABC$  avec :  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$  et  $C(0, 0, 2)$ .

Ce tétraèdre est dit « trirectangle » car trois de ses faces sont des triangles rectangles.

Pour tout point  $M$  du segment  $[AB]$ , on construit le projeté orthogonal  $H$  du point  $O$  sur la droite  $(MC)$ .

1. Proposer, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, une figure traduisant la situation et construire le lieu des points  $H$  lorsque le point  $M$  décrit le segment  $[AB]$ .

Quel semble être le lieu du point  $H$  ?

Appeler l'examineur pour vérifier le tracé du lieu et la conjecture.

2. Conjecturer les positions du point  $M$  sur le segment  $[AB]$  pour lesquelles la longueur  $CH$  semble maximale, minimale.

Appeler l'examineur pour vérifier ces conjectures.

3. On se propose de démontrer les conjectures émises.

(a) Démontrer la double égalité :  $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CO}^2$ .

Appeler l'examineur pour lui indiquer les stratégies retenues pour répondre aux questions (b) et (c) suivantes.

(b) Valider ou invalider alors les conjectures faites à la question 2. Calculer les extremums de  $CH$ .

(c) Le lieu de  $H$  est-il un arc de cercle ?

---

### Production demandée

- Expression des conjectures des questions 1 et 2.
  - Réponses argumentées à la question 3.
-