

## Suite définie par une moyenne arithmétique

### Énoncé

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout  $n$  entier strictement positif par :

$$u_n = \frac{6}{n}(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = \frac{6}{n} \sum_{k=1}^n k^2$$

### Partie expérimentale

1. À l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, représenter graphiquement les 50 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Émettre une conjecture sur le type de fonction  $f$  telle que, pour tout  $n$  entier entre 1 et 50, on ait :  $u_n = f(n)$ .

Appeler l'examineur pour exposer votre conjecture et proposer une méthode pour la préciser.

3. Mettre en place la stratégie validée par l'examineur et déterminer précisément la fonction  $f$ .

Appeler l'examineur, lui indiquer la fonction  $f$  trouvée et lui proposer une méthode pour résoudre la question 4.

### Démonstrations

4. (a) Démontrer que pour tout  $n$  entier naturel non nul, on a  $u_n = f(n)$  où  $f$  est la fonction validée par l'examineur.  
(b) En déduire une formule simple donnant la somme des carrés des  $n$  premiers entiers strictement positifs.

### Production demandée

- Des explications orales et à l'écran pour les questions 1 à 3 ;
- Les réponses argumentées à la question 4.