

## Comportement d'une suite récurrente

### Énoncé

Soit  $u_1$  un nombre réel fixé. On considère la suite récurrente  $u$  de premier terme  $u_1$  et telle que pour tout entier naturel non nul  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{u_n}{n} + 1$ .

1. En utilisant une calculatrice ou un tableur, calculer les premiers termes de cette suite et en réaliser une représentation graphique.

*Le choix du nombre de termes et de la valeur de  $u_1$  est laissé au candidat, qui en testera plusieurs, dont  $u_1 = -100$ .*

Appeler l'examineur pour vérifier les calculs faits.

2. En fonction des différentes valeurs de  $u_1$  :

- (a) émettre une conjecture sur le sens de variation de la suite  $u$  ;
- (b) émettre une conjecture sur la limite de la suite  $u$ .

Appeler l'examineur pour valider les deux conjectures et indiquer la méthode prévue pour les démonstrations de la question (3).

3. Dans cette question on suppose que  $u_1 = -100$ .

- (a) Démontrer qu'à partir d'un certain rang  $n_0$ , à préciser, la suite  $u$  est décroissante.
- (b) Démontrer que la suite  $u$  est convergente et préciser sa limite.

### Production demandée

- Écrans montrant les calculs ayant permis d'émettre les deux conjectures.
- Démarches et réponses argumentées pour la question 3.