

Courbes et équations

Énoncé

Soit m un réel. On cherche à déterminer le nombre de solutions réelles dans l'intervalle $[-5, 5]$ de l'équation :

$$-x^2 + 2x - 1 + m e^{-x} = 0 \quad (E)$$

1. Dans cette question on pose $m = 2$.

À l'aide d'un grapheur (logiciel ou calculatrice), donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de l'unique solution de (E).

Appeler l'examineur pour validation du résultat et de la méthode employée.

2. Soit f la fonction définie sur $[-5; 5]$ par : $f(x) = (x^2 - 2x + 1) e^x$. À l'aide d'un grapheur, tracer la courbe représentative de f et émettre une conjecture quant au nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ dans l'intervalle $[-5, 5]$, en fonction des valeurs de m .

Appeler l'examineur pour validation de la conjecture.

3. Démontrer que, pour tout m , l'équation (E) et l'équation $f(x) = m$ ont le même ensemble de solutions dans l'intervalle $[-5, 5]$.
4. Répondre au problème posé.

Production demandée

- Présentation de la méthode de résolution utilisée en 1. et graphique correspondant ;
 - Représentation graphique et énoncé de la conjecture pour la question 2 ;
 - Réponses argumentées aux questions 3 et 4.
-