

Distance d'un point à une courbe

Énoncé

Dans le plan \mathcal{P} rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ la courbe \mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction exponentielle et le point B a pour coordonnées $(2; -1)$.

On admet que la distance BM admet un minimum quand M décrit \mathcal{C} . Ce minimum est appelé distance du point B à la courbe \mathcal{C} .

Le but de l'exercice est de trouver la distance du point B à la courbe \mathcal{C} .

1. Réaliser à l'aide d'un logiciel une figure dynamique correspondant à cette situation.

Appeler l'examineur pour une vérification de la figure réalisée.

- (a) M est un point quelconque de la courbe \mathcal{C} . Faire une conjecture sur la position du point M pour laquelle la distance BM semble minimale.
On appelle ce point M_0 .
- (b) Tracer la droite d perpendiculaire en M_0 à la droite (BM_0) .
Quelle semble être la position particulière de la droite d ?

Appeler l'examineur pour lui présenter les conjectures émises et lui indiquer la ou les méthodes de contrôle prévues à la question (c).

- (c) Utiliser le logiciel pour contrôler les conjectures et, éventuellement, les rectifier.

2. On se propose de déterminer la valeur exacte de la distance du point B à la courbe \mathcal{C} .

Appeler l'examineur pour lui présenter les contrôles faits et lui proposer une méthode permettant à la fois de déterminer le point M_0 et la distance du point B à la courbe \mathcal{C} .

- (a) Déterminer, par le calcul, la position du point M_0 .
- (b) Quelle est la valeur exacte de la distance du point B à la courbe \mathcal{C} ?

3. Vérifier, par le calcul, la conjecture formulée au 1.(b).

Production demandée

- Obtention à l'écran de la figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.
- La formulation des conjectures et leur contrôle.
- Les stratégies de démonstration prévues pour répondre à la question 2 et le résultat des calculs.
- La vérification demandée à la question 3.