

Tangentes à deux courbes

Énoncé

Soit \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 les courbes d'équations respectives $y = e^x$ et $y = e^{-x}$ dans un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormal du plan.

Soit a un nombre réel quelconque. On désigne respectivement par M et N les points de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 d'abscisse a et par (T_1) et (T_2) les tangentes à \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 en M et N .

Les droites (T_1) et (T_2) coupent respectivement l'axe des abscisses en P et Q .

1. Avec un logiciel de géométrie dynamique (ou une calculatrice graphique) construire les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 et les droites (T_1) et (T_2) . Que peut-on remarquer pour les droites (T_1) et (T_2) ?

Appeler le professeur pour lui montrer le graphique créé et lui indiquer la conjecture faite au sujet de (T_1) et de (T_2) .

2. À l'aide du logiciel émettre une conjecture à propos de la longueur du segment $[PQ]$.

Appeler le professeur pour lui présenter la conjecture et la démonstration envisagée.

3. Démontrer la conjecture émise à la question 2.

Production demandée

- Exposé oral de la méthode de construction de la figure adaptée à la situation ;
- Exposé oral des conjectures ;
- Exposé de la méthode choisie pour démontrer la dernière conjecture.